

Universidad de Costa Rica, Sede de Occidente

El doblado de papel (origami) como estrategia para la enseñanza de la matemática: propiedades de los cuadriláteros convexos.

Evelyn Alfaro Vargas
evelyn_alf21@hotmail.com

Yaney Briceño Elizondo
yamabri@gmail.com

Imelda Rojas Campos
imelda.rc@gmail.com

Yoilyn Rojas Salazar
yoi2901@hotmail.com

Karen Ugalde Araya
karenalej@hotmail.com

Viviana Navarro Acuña
vivi2082@gmail.com

Área temática: Didáctica específica de la Matemática.

Resumen

El presente taller trata sobre la aplicación de la papiroflexia como estrategia didáctica en la enseñanza de la matemática, específicamente propiedades de los paralelogramos. Se sustenta en la teoría del aprendizaje significativo e investigaciones realizadas acerca de las ventajas que ofrece el arte de doblar papel a la enseñanza y al desarrollo de habilidades motoras, creativas y cognitivas.

Palabras claves: geometría, enseñanza de la matemática, origami o papiroflexia, aprendizaje significativo, paralelogramos, cuadriláteros.

Objetivo del taller a realizar:

Identificar las propiedades de los cuadriláteros paralelogramos mediante el doblado de papel (Origami o papiroflexia).

Introducción

En el presente trabajo se plantea un taller, el cual se deriva de las labores del proyecto de Trabajo Comunal Universitario Laboratorio de Matemática, que se desarrolla en la Sede de Occidente de la Universidad de Costa Rica, desde el año 1990 y actualmente se encuentra a cargo del Lic. Luis Gerardo Araya Aguilar.

El proyecto consiste en la adopción, creación o recreación de modelos didácticos para el desarrollo de conceptos matemáticos, en la enseñanza primaria y secundaria, los cuales se basan en investigaciones documentales o bibliográficas.

Se busca apoyar la labor de docentes en la enseñanza de la matemática, brindando a éstos capacitaciones para el logro de aprendizajes mediante técnicas y metodologías activas, constructivas e intuitivas de los conceptos matemáticos con el uso de los materiales.

Por las razones expuestas anteriormente el Laboratorio de Matemática trabaja bajo los siguientes objetivos:

Objetivo General:

- Contribuir en la enseñanza activa, constructiva e intuitiva de las matemáticas, brindando a la comunidad estudiantil, de educación primaria y secundaria, un laboratorio de material didáctico matemático apropiado para ese fin.

Objetivos específicos

1. Desarrollar actividades educativas para la enseñanza de la matemática mediante la elaboración de diferentes materiales y talleres dirigidos a estudiantes.
2. Contribuir con el sistema educativo para mejorar la promoción de exámenes de matemática en los distintos niveles de enseñanza primaria y secundaria.
3. Recopilar información sobre nuevas metodologías para la enseñanza de la matemática y la elaboración de material didáctico con el fin de adoptar, crear o recrear modelos didácticos para el desarrollo de conceptos a utilizar en primaria y secundaria.
4. Asesorar a distintos docentes para la utilización adecuada del material didáctico que posee el Laboratorio de Matemática.
5. Reforzar en estudiantes avanzados en matemática el estudio de temas adicionales a los que contienen los programas de estudio de secundaria.

(Fuente: Informe de Labores, Laboratorio de Matemática, 2009)

El taller se orienta en Formas Matemáticas de Doblar Papel, entendiéndose esta acción como aquella en la que se aplica el doblado enfocando los conceptos matemáticos implicados en la figura, realizándolos intencionalmente para la enseñanza de estos y motivando la reflexión acerca del porqué de su construcción y utilidad¹.

Lo anterior, buscando la concreción de conceptos geométricos elementales en el tema de cuadriláteros; se busca evidenciar propiedades de cada paralelogramo, como ejemplo, bisección de diagonales, ángulos consecutivos suplementarios, congruencia de ángulos opuestos, entre otras. Todo ello partiendo de la necesidad existente de lograr aprendizajes significativos y enseñar conceptos matemáticos a los estudiantes por medio de materiales que vean y manipulen, como el papel.

Marco teórico

1. Teoría del Aprendizaje Significativo

Según Ausubel, el Aprendizaje Significativo es una teoría psicológica porque se ocupa de los procesos mismos que el individuo pone en juego para aprender. La teoría aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos de procesos de aprendizaje que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo.

Ausubel denomina aprendizaje significativo a aquella posibilidad de establecer vínculos sustantivos y no arbitrarios entre lo que hay que aprender (nuevo contenido) y lo que ya se sabe, o sea, lo que se encuentra en la estructura cognoscitiva de la persona que aprende, es decir, sus conocimientos previos. (Solano, 2009, p. 73)

El origen de la teoría está en el interés que tiene Ausubel por conocer y explicar las condiciones y propiedades del aprendizaje, que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social (Ausubel, 1976).

De acuerdo con la Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel existen diferentes condiciones para este aprendizaje:

- Significatividad lógica del material: Estructura interna organizada (cohesión del contenido) que sea susceptible de dar lugar a la construcción de significados.

¹ Brindada por Don Sergio Araya Rodríguez, usada en el Laboratorio de Matemática dado a que la definición de origami no cubre el enfoque dado en los talleres.

Es necesario que el material utilizado para aprender sea potencialmente significativo, es decir, que su contenido sea coherente, claro y organizado, no arbitrario ni confuso. Cuando no es así, atribuir significados resulta una tarea difícil y se puede optar por aprender de una forma mecánica y repetitiva.

En el caso del doblado de papel como material concreto, su significatividad lógica tiene espacio en el trazo manual sobre un papel, de los conceptos matemáticos, mostrando claramente las propiedades de cada elemento y generando la posibilidad de comprobar el cumplimiento de las mismas de manera sencilla.

- Significatividad psicológica del material: Se refiere a que puedan establecerse relaciones no arbitrarias entre los conocimientos previos y los nuevos. Es relativo del alumno que aprende y depende de sus relaciones anteriores.

Es necesario también que el alumno disponga de los conocimientos previos que le permitan abordar el nuevo aprendizaje y asignar significados. Al materializar los conceptos que ya conoce y redescubrir mediante el juego sus características, se abre espacio a la experimentación mediante la cual se generan nuevos conocimientos y se concretizan con la guía del docente.

- Motivación: Debe existir además una disposición subjetiva, una actitud favorable para el aprendizaje por parte del estudiante. Debe tenerse presente que la motivación es tanto un efecto como una causa del aprendizaje.

Por último, aún cumplidas las dos primeras condiciones, no será posible aprender significativamente si el estudiante no posee una actitud favorable a su realización. El aprendizaje significativo requiere de una actividad cognitiva compleja para la cual el alumno debe estar lo suficientemente motivado. Hay que recordar que, si bien, esta forma de aprender es más gratificante y funcional, requiere mayor esfuerzo y que en muchas ocasiones las experiencias educativas previas, han instaurado en los estudiantes el hábito de afrontar superficialmente las tareas, lo que puede ser difícil de desterrar.

La motivación de los estudiantes es una característica implícita en la técnica del doblado de papel debido a la gama de posibilidades y retos que ofrece, además de las habilidades y destrezas que desarrolla; la práctica tiene la cualidad de despertar en sus seguidores la sensación de satisfacción e interés por especializarse el campo. En el caso específico de la matemática, la presencia tangible de los objetos como rectas, puntos, intersecciones y ángulos añaden una actitud positiva y casi fascinante al dejar lo que en un momento fue del todo abstracto plasmado en un papel.

2. Papiroflexia

Debido a la importancia del término papiroflexia, origami o doblado de papel, justificada por la constante mención del mismo y de las grandes ventajas que este ofrece al proceso de enseñanza-aprendizaje y, en el caso de este documento, al de la matemática se desarrolla este apartado ampliando el conocimiento del tema.

2.1 Definición y origen

El doblado de papel tiene su origen en Japón, donde adquiere el nombre de origami, procedente de los vocablos “oru” que significa plegar y “kami” que designa papel. No obstante en el origen latino recibe el nombre de papiroflexia, vocablo derivado de los términos: papiro (papel) y flectere (doblar) que igualmente alude al significado de doblar o doblado de papel.

2.2 Papiroflexia y enseñanza de las matemáticas

Respecto a la relación de la papiroflexia con las matemáticas, es de mucha importancia tomar en cuenta los axiomas sugeridos por Leal, C., Suárez, G., Fernández, M. y Moreno, H. (s. f.), en su artículo “El plegado en la geometría”, ya que son la base de las construcciones y resultados de la actividad aquí planteada:

- Puede considerarse que una hoja es una superficie plana.
- Un pliegue realizado en una hoja de papel que pase por dos puntos y que se ha hecho sobre una superficie plana como soporte es una línea recta.
- El papel puede ser plegado de tal manera que pase por dos o más puntos colineales.
- Puede superponerse dos puntos distintos en una misma hoja de papel.
- Puede plegarse el papel de modo que un punto puede superponerse a otro pliegue.
- Puede plegarse el papel de modo que dos pliegues de una misma hoja pueden superponerse.
- Dos ángulos son congruentes si al superponerse coinciden.
- Dos segmentos son congruentes si al superponerse coinciden.

Leal, C., Suárez, G., Fernández, M. y Moreno, H. (s. f.) también afirman que mediante la papiroflexia las y los estudiantes adquieren nociones matemáticas, por ejemplo,

horizontalidad, verticalidad, perpendicularidad, paralelismo y proporcionalidad durante el desarrollo de esta estrategia didáctica.

Relacionar el origami con la matemática es encontrar la oportunidad de estimular el desarrollo de los procesos cognitivos del estudiante para que pueda articular conceptos abstractos y operaciones concretas en el análisis, planteamiento y solución de problemas. (Monsalve, 2003, p. 23)

Apoyando las ideas anteriores, según Royo Prieto la papiroflexia ha sido incluida en matemática para fines pedagógicos, se ha utilizado como estrategia de aprendizaje para la resolución de problemas y ejercicios, además en el estudio e ilustración de la geometría, como es el caso del taller aquí propuesto.

El origami, al ser una actividad lúdica insta a la participación y al desarrollo del conocimiento guiado por el profesor de una manera significativa. El objetivo por el que se introduce en el proceso de enseñanza es que las y los estudiantes aprendan mediante operaciones mentales de observación, manipulación y experimentación, dando herramientas para el entendimiento de los conceptos, logrando de esta manera que el aprendizaje y la memorización no se obtengan meramente por la repetición de algoritmos y conceptos, además de dar lógica a lo aprendido reduciendo la adquisición de concepciones erróneas y el desinterés de las y los estudiantes.

Gimeno Sacristán, citado por Cabello (2006), sostiene que material educativo es:

...instrumento u objeto que puede servir como recurso para que, mediante su manipulación, observación o lectura se ofrezcan oportunidades de aprender algo, o bien con su uso, se intervenga en el desarrollo de alguna función de la enseñanza. (p.5)

Es por esto que el educador debe buscar herramientas que faciliten el aprendizaje de las matemáticas, para que las y los estudiantes se sientan familiarizados con ella y así disminuir la actitud negativa por esta disciplina. Según Gaby Cabello (2006) la papiroflexia tiene una faceta de motivación en el proceso formativo de niños, jóvenes y adultos, además su práctica obliga a situar el proceso de enseñanza aprendizaje en un contexto de colaboración, donde profesores y alumnos aprenden practicando juntos; por ello se recomienda a las y los docentes utilizarla como recurso didáctico.

El doblado de papel permite la exploración, manipulación y comprensión de los contenidos matemáticos; fusiona el nivel abstracto de la matemática con el concreto, permitiendo al sujeto educativo establecer relaciones de comparación, obteniendo conclusiones de forma significativa.

Por lo anterior se verifica la gran variedad de ventajas que ofrece la papiroflexia como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que permite el desarrollo en los y las estudiantes de la capacidad métrica e imaginación, creatividad, simetría, rigurosidad o exactitud. Además consiste que estos despierten su curiosidad, desarrollen la concentración, memoria, mejoren la motora fina, discriminen formas, tamaños y colores, compartan con sus compañeros experiencias y desarrollen actitudes de tolerancia, autoestima y estima por el otro.

En otra instancia es una estrategia muy pertinente y provechosa dado a que cumple con las tres condiciones para el logro de aprendizajes significativos expuestos en el apartado anterior de significatividad lógica, psicológica y motivación. Estas se evidencian en lo expuesto en los párrafos anteriores y se tratará de aprovechar al máximo todas sus virtudes en el taller a realizar.

2.3 Geometría

Para efectos de este taller se trabajará el tema de cuadriláteros paralelogramos, aportando al logro del objetivo planteado por el MEP para este tema en el nivel de Sétimo año:

Aplicar las características y propiedades de los diferentes tipos de cuadriláteros, en la solución de ejercicios y problemas. (MEP, 2005, p. 69)

Esto mediante la capacitación de docentes en el uso de la estrategia de doblar papel matemáticamente, construyendo las propiedades expuestas a continuación con el uso de los axiomas mencionados en el apartado de papiroflexia.

Cuadriláteros

Los polígonos de **4 lados** se denominan cuadriláteros, estos se clasifican, según Varilly (1988) en:

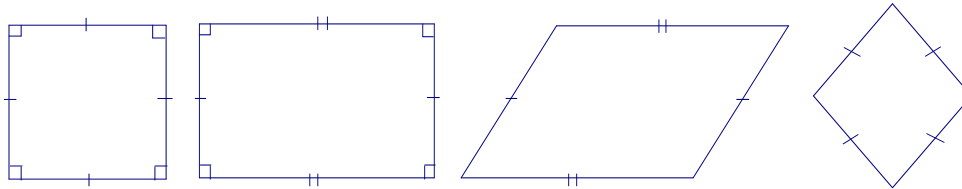
Cóncavos o cruzados: si sus diagonales no se intersecan internamente.

Convexos: si sus diagonales se intersecan internamente. (p. 61)

Para efectos de este taller, se trataran los cuadriláteros convexos, específicamente los denominados paralelogramos.

Paralelogramos: es una figura ABCD con cuatro lados – los segmentos \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} y \overline{DA} – tal que los pares de lados opuestos (\overline{AB} y \overline{CD} o \overline{BC} y \overline{DA}) son congruentes y paralelos. Los segmentos \overline{AC} y \overline{BD} se llaman **diagonales** del paralelogramo. (Varilly, 1988, p. 31),

Se clasifican en **cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.**



Las principales propiedades de los paralelogramos a estudiar en el taller son:

⇒ **Cuadrado:**

- a) Posee sus cuatro lados congruentes.
- b) Sus ángulos internos son rectos.
- c) Sus diagonales son congruentes y se intersecan perpendicularmente en sus puntos medios.
- d) Sus diagonales son bisectrices de sus ángulos internos.

⇒ **Rombo**

- a) Sus cuatro lados son congruentes.
- b) Sus diagonales se intersecan perpendicularmente en sus puntos medios.
- c) Sus ángulos opuestos son congruentes.
- d) Sus ángulos consecutivos son suplementarios.
- e) Sus diagonales bisecan sus ángulos internos.

⇒ **Rectángulo**

- a) Cada par de lados opuestos son congruentes.
- b) Sus ángulos internos son rectos.
- c) Sus diagonales son congruentes y se intersecan en sus puntos medios.

⇒ **Romboide**

- a) Cada par de lados opuestos son congruentes.
- b) Sus ángulos opuestos son congruentes.
- c) Sus ángulos consecutivos son suplementarios.
- d) Sus diagonales se intersecan en sus puntos medios.

Marco Metodológico

Materiales:

- Para cada participante se necesitarán cuatro hojas de papel recortadas con la forma de los distintos paralelogramos, con los cuales se describirán las propiedades de los mismos.

Actividades:

- Introducción:

Se realiza una pequeña introducción acerca de las labores realizadas por el proyecto de Trabajo Comunal Universitario de la Sede de Occidente, Laboratorio de Matemática, mostrando a los y las docentes, la existencia de un proyecto que pone a disposición de estos, materiales y alternativas para impartir de manera diferente los contenidos matemáticos en primaria y secundaria.

- Desarrollo
- ~ Se entrega a los participantes un paquete que contiene hojas bond de color, recortadas en forma de los diferentes paralelogramos. Estas funcionarán como los materiales para la concreción de conceptos.
- ~ Durante la construcción de propiedades y conceptos, se describe como estos sustentan su validez en los axiomas dados por Leal y otros (s. f.) anteriormente mencionados.
- ~ Por medio de la guía de las expositoras, los participantes trabajarán con las figuras de papel, realizando los siguientes pasos con el fin de determinar las características de cada paralelogramo.
- ~ Construcción de propiedades
- 1. Propiedades del Cuadrado
 - Doblar el cuadrado de tal forma que se sobrepongan los lados opuestos para verificar que estos son congruentes.
 - Al sobreponer ángulos opuestos y consecutivos se verifica que estos son también congruentes.
 - Al doblar el cuadrado por su diagonal se puede observar que esta es la hipotenusa de dos triángulos rectángulos congruentes.
 - Se traza la diagonal restante.
 - Al doblar una diagonal en su punto medio, se puede observar que éste coincide con el punto de intersección de las diagonales, lo cual verifica que éstas se bisecan.
 - Al sobreponer un ángulo de otro cuadrado sobre el punto de intersección de las diagonales se observa que dichos ángulos coinciden, por lo tanto las diagonales se intersecan perpendicularmente.
 - Al doblar la figura en su diagonal se puede observar que los ángulos que se forman entre la diagonal y sus lados son congruentes, lo cual verifica que la diagonal biseca los ángulos.

2. Propiedades del Rectángulo

- Al doblar la figura y sobreponer lados opuestos verificamos que estos son congruentes.
- Al sobreponer sus ángulos opuestos y consecutivos verificamos que estos son congruentes.
- Al doblar el rectángulo en su diagonal se puede observar que se forman dos triángulos rectángulos congruentes.
- Al trazar la otra diagonal y doblarla en su punto medio, se puede observar que coincide con el punto de intersección de las diagonales, lo cual verifica que sus diagonales se bisecan.
- Al doblar la figura en su diagonal se puede observar que los ángulos que se forman entre la diagonal y sus lados no son congruentes, por lo tanto no se bisecan. (a excepción de que se esté trabajando sobre un cuadrado)
- Al sobreponer sus vértices consecutivos se puede observar que los ángulos formados entre las diagonales y el mismo lado son congruentes, por lo que se verifica que las diagonales forman triángulos isósceles.

3. Propiedades del Rombo

- Al doblar el rombo y sobreponer vértices opuestos se observa que los ángulos opuestos son congruentes.
- Si se sobreponen vértices consecutivos se puede ver que los ángulos consecutivos no son congruentes. (a excepción de que se esté trabajando sobre un cuadrado)
- Al trazar las diagonales y doblar cada una de ellas en su punto medio, se puede observar que este punto coincide con el de intersección de las diagonales, lo cual verifica que sus diagonales se bisecan.
- Al sobreponer un ángulo de un cuadrado sobre el punto de intersección de las diagonales y hacer coincidir las diagonales con los lados del cuadrado se observa

que dichos ángulos son congruentes por lo que las diagonales se intersecan perpendicularmente.

- Al doblar el rombo en su diagonal se puede observar que los lados son congruentes.
- Se puede observar que sus diagonales forman cuatro triángulos rectángulos con las mismas medidas.
- Por medio de dos rombos congruentes, se hacen coincidir en el vértice dos ángulos consecutivos, mostrando que éstos son suplementarios.

4. Propiedades del Romboide

- Al sobreponer dos romboides congruentes se verifica que sus lados opuestos son congruentes.
- Si se sobreponen vértices opuestos es notable que los ángulos opuestos son congruentes.
- Por medio de dos romboides congruentes, se hacen coincidir en el vértice dos ángulos consecutivos, mostrando que éstos son suplementarios.
- Al trazar las diagonales se puede observar que se forman dos parejas de triángulos congruentes.
- Al doblar cada diagonal en su punto medio, se puede observar que este coincide con el punto de intersección de las diagonales, lo cual verifica que sus diagonales se bisecan.

Con el fin de concretizar los contenidos, se realiza un cuadro resumen el cual se completa al concluir las actividades para cada figura (anexo 1).

- Cierre

Se abre un espacio para la retroalimentación en donde los y las participantes exponen su punto de vista acerca del método propuesto. Además se entrega un folleto plegable con la información general del proyecto “Laboratorio de Matemática”.

Por otra parte se muestra a los participantes, en forma resumida, otras metodologías para distintos recursos como el tangrama, el soma, la pulga, el geoplano, entre otras utilizadas

por el Laboratorio de Matemática en sus labores, con el fin de motivar a los docentes en la investigación y búsqueda de nuevas formas de enseñar así como el interés por emplear las presentadas

Al finalizar la aplicación del taller las expositoras realizarán encuestas a los participantes con el fin de documentar las expectativas de los mismos sobre el método ejemplificado. Lo anterior debido a que el taller forma parte de un Seminario de Graduación y pretende proponerse como muestra del apoyo brindado por este a la enseñanza de la matemática.

Recomendaciones

Es conocido que en educación todo deseo de mejorar o innovar implica un gambito al inicio, sin embargo, vale la pena y no significa un obstáculo para aquellos y aquellas docentes que desean lograr un cambio en las aulas.

Al experimentar una nueva técnica se debe considerar si esta implica la creación de materiales, además de la importancia de una planificación detallada de las actividades, con el objetivo de mantener un control de la actividad y actitudes que desea desarrollar, lo que se traduce en esfuerzo y tiempo.

La actividad propuesta, es una de las técnicas descritas en el párrafo anterior por lo que para desarrollarla se deben tomar en cuenta los puntos siguientes:

- *Construcción y obtención de materiales:* los materiales requeridos presentan la ventaja de ser de muy fácil acceso al conseguirse cerca o inclusive en el mismo centro educativo, sin embargo, es necesario que los estudiantes lo valoren como herramienta, para lo cual podría situarse como tarea para el estudiante la construcción de los paralelogramos en papel, lo cual también apoyaría la distinción de propiedades básicas entre ellos.
- *Planificación detallada de la clase:* siempre es recomendable tener una guía adecuada de las actividades a desarrollar con el fin de evitar inconvenientes, además de tener un panorama claro del proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolla en cada momento. Por otra parte el docente conoce a aquellos estudiantes de los cuales puede sacar provecho según su actitud, lo cual puede incluir en la planificación.
- *Duración de la actividad:* dependiendo del tiempo del que se disponga se podrá profundizar más en ciertos aspectos importantes, por otra parte, debe tomarse en

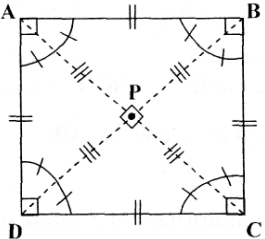
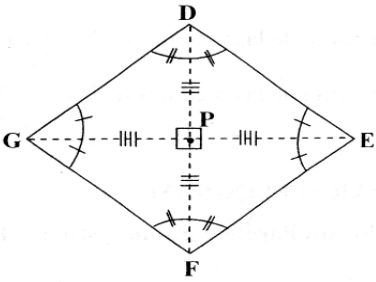
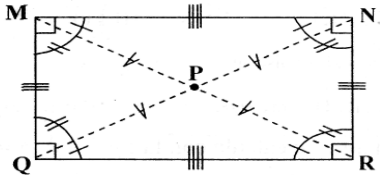
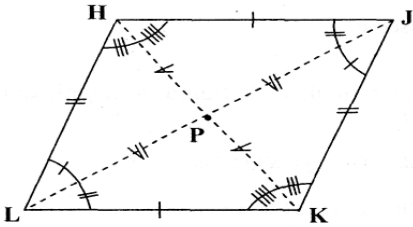
cuenta las habilidades de los participantes pues esto minorizará o aumentará el tiempo necesario para el taller.

- *Desarrollo de la actividad:* debe tenerse gran cuidado con el orden y la disciplina durante la actividad debido a que puede perderse el objetivo de la misma, además el docente debe dirigirla de manera inteligente aprovechando cada aporte de los estudiantes y obteniendo el mayor provecho de las construcciones geométricas realizadas, las instrucciones para la construcción deben ser claras, es necesario que el docente lleve un control de avance de los estudiantes, con el fin de que estos avancen a un mismo ritmo, en especial aquellos que no tienen bien desarrollada la motora fina. Además de recrear los contenidos, se debe concretizar los conceptos dejándolos por escrito para que el estudiante pueda retomarlos en el momento en que sea necesario.
- *Disposición de los estudiantes:* un punto importante es la motivación de los participantes, cabe destacar que una de las mayores ventajas de la técnica es el nivel de interés logrado en los y las estudiantes, lo que mejora la actitud hacia la clase y la materia, lo que implica mayor comprensión y desarrollo de habilidades.
- *Habilidades y actitudes tanto por parte del docente como del estudiante al desarrollar el taller:* las habilidades requeridas para el desarrollo de la actividad, como se mencionó anteriormente, son aquellas relacionadas con la motora fina. Otras actitudes necesarias para un adecuado desarrollo son la de mantener la disciplina y un constante deseo de perfeccionamiento del trabajo, es importante mencionar que el no haber desarrollado estas habilidades y actitudes no significa un impedimento para participar, ya que se pretende que las y los estudiantes las desarrollen durante el proceso. En cuanto al docente, este debe tener un buen manejo del grupo y actitud positiva, un claro esquema de las tareas a realizar y la forma en que el cumplimiento de los objetivos va a ser evaluado.
- *Contexto físico:* el taller puede aplicarse casi en cualquier lugar, sin embargo deben tomarse en cuenta características que facilitan y mejoran los resultados tales como un lugar en donde el viento o la lluvia no afecte el desarrollo de la actividad y no se generen muchos distractores, o menos importante pupitres para apoyarse al hacer los dobleces y otros aspectos referentes a la comodidad.

Referencias bibliográficas

- Araya, L. (2009). *Informe de labores del proyecto de T.C.U. Laboratorio de Matemática*. Universidad de Costa Rica, Sede de Occidente.
- Ausubel, D. (1976). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Editorial: Trillas. México.
- Cabello, G. (2006). *La Enseñanza de la Geometría Aplicando los Modelos de Recreación y Reflexión a Través de la Funcionalidad de Materiales Educativos*. Consultado en mayo 3, 2010 en <http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-Gaby-Cabello.pdf>. Cabello, Gaby (2006).
- Leal, C., Suárez, G., Fernández, M. y Moreno, H. (s. f.). *El Plegado en la Geometría. Líneas Notables del Triángulo*. Consultado en: Mayo 20, 2010 en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110452_archivo.pdf
- Ministerio de Educación Pública (2005). *Programas de Estudio del III Ciclo de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica.: Relanzamiento de la Educación Costarricense.
- Monsalve y Jaramillo (2003). *El placer de doblar papel. Mostraciones y algunas aplicaciones matemáticas*. Revista Educación y pedagogía. Medellín: universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol XV, N°35 (enero-abril). pp. 11-25. Consultado en mayo 3, 2010 en <http://faceduccion.org/revistaeyp/index.php/current/article/viewFile/344/305>.
- Varilly, J. (1988) *Elementos de geometría plana*. Editorial de la Universidad de Costa Rica.

Anexo 1.

NOMBRE	CARACTERÍSTICAS
<p>CUADRADO</p> 	<ul style="list-style-type: none"> e) Posee sus cuatro lados congruentes. f) Sus ángulos internos son rectos. g) Sus diagonales son congruentes y se intersecan perpendicularmente en sus puntos medios. h) Sus diagonales son bisectrices de sus ángulos.
<p>ROMBO</p> 	<ul style="list-style-type: none"> f) Sus cuatro lados son congruentes. g) Sus diagonales se intersecan perpendicularmente en sus puntos medios. h) Sus ángulos opuestos son congruentes. i) Sus ángulos consecutivos son suplementarios. j) Sus diagonales bisecan sus ángulos.
<p>RECTÁNGULO</p> 	<ul style="list-style-type: none"> d) Cada par de lados opuestos son congruentes. e) Sus ángulos internos son rectos. f) Sus diagonales son congruentes y se intersecan en sus puntos medios.
<p>ROMBOIDE</p> 	<ul style="list-style-type: none"> e) Cada par de lados opuestos son congruentes. f) Sus ángulos opuestos son congruentes. g) Sus ángulos consecutivos son suplementarios. h) Sus diagonales se intersecan en sus puntos medios.